NOTAS BIBLIOGRAFICAS

I

Teoría de los Conjuntos, por Kurt Grelling.—Versión española de Francisco Larroyo y Alfonso Juárez. Ediciones Logos de México, 1943.

Este libro, traducción del alemán de una obra de divulgación sobre un tema de la Matemática moderna, adolece de graves defectos, que hacen nociva su lectura para los que pretendan iniciarse en estos estudios, desvirtuándose así el fin que se supone persiguen los traductores. Esos defectos consisten, principalmente:

1. En el uso de una terminología castellana que no coincide con la generalmente aceptada, tal vez por falta de información de los señores Larroyo y Juárez;

2. En el enunciado incorrecto, y en ocasiones sin sentido, de teoremas y otras proposiciones. Respecto al último tipo de errores, el más serio, desde luego, no es de creerse que aparezcan en el original, pero aún suponiendo tal cosa, resultaría que han pasado completamente inadvertidos a los traductores.

A continuación se señalan algunos de los más notables errores:

1º Respecto a la terminología:

TRADUCTORES:	TERMINOLOGIA ACEPTADA:
Potencialidad	Potencia
Sección	Segmento
Auténtica parte	Subconjunto propio o parte propia
Conjunto - cero	Conjunto vacío.

2º Entre las proposiciones carentes de sentido o francamente incorrectas, se mencionan las siguientes:

a) *"Si una propiedad conviene al primer elemento de un conjunto bien ordenado y a otro cualquier elemento, conviniendo además esta propiedad a todos los elementos de la sección perteneciente a este elemento, entonces convendrá la propiedad a todos los elementos del conjunto".* (Página 84.)

Es evidente que "si una propiedad conviene al primer elemento de un conjunto bien ordenado y a otro cualquier elemento", entonces conviene a todos los elementos, siendo superfluo el resto de la hipótesis. Además, la afirmación es completamente trivial. Sólo un lector familiarizado con el fundamental principio de la inducción completa adivinaría que se quiso expresar el teorema que sigue:

Si en un conjunto bien ordenado se cumple lo siguiente:

1º El primer elemento tiene una cierta propiedad;

2º De que todos los miembros de un segmento tengan dicha propiedad, se sigue que también la tiene el elemento que determina el segmento.

Entonces: Todos los elementos del conjunto tienen la propiedad de referencia.

b) *"El número de orden Ω_1 es, por consiguiente, el primero de mayor potencialidad que alef-cero".* (Página 106.)

La afirmación correcta es:

Ω_1 es el primero de los números ordinales cuyos segmentos tienen potencia mayor que alef-cero.

Como muestra adicional de las deficiencias gramaticales y de índole matemática, que abundan en la obra comentada, reproducimos algunas otras frases incorrectas o casi ininteligibles:

c) *"Explanación: Se llama intersección (Durschnitt) de dos (o más) conjuntos a los elementos comunes a estos conjuntos".* (Página 26.)

Debe decirse:

Definición: Se llama intersección de dos (o más) conjuntos *al conjunto* de los elementos comunes a aquéllos.

d) *"Sección" de un conjunto ordenado se llama un conjunto parcial que comprende entre sus elementos a todos los precedentes".* (Página 83.)

Cabe preguntar: ¿los precedentes a quién? Debe decirse:

Se llama segmento de un elemento de un conjunto ordenado al conjunto de todos los elementos que le preceden.

e) *"Si M es un conjunto de números de orden, se da un número de orden μ no contenido en M, mayor que cada elemento de la propia M".* (Página 106.) Un enunciado correcto es:

Dado un conjunto cualquiera M de números ordinales, existe un número μ mayor que cualquier elemento de M.

Advertiremos que se usa sistemáticamente en la traducción reseñada "se da" por "existe". (Este último término tiene en la Matemática una connotación precisa.)

Es de desearse que en lo futuro no tomen para sí la labor de traducción de libros matemáticos, personas insospechables de conocer la materia.

R. Vázquez García y J. Barros Sierra.

II

The Foundations of Geometry, by Gilbert de B. Robinson. Assistant Professor of Mathematics, University of Toronto. Mathematical Expositions, No. 1. The University of Toronto Press. Toronto, Canada. 1940.

Este libro es el primero de una colección que promete ser muy interesante, a juzgar, entre otros datos, porque los editores cuentan con la cooperación de personalidades tan destacadas como A. A. Albert, G. Birkhoff, A. W. Tucker, O. Zariski, etc. El propósito de estas publicaciones es cubrir una necesidad que queda planteada en las líneas que siguen: "There are many books dealing in an individual way with elementary aspects of Geometry or Analysis. In recent years various advanced topics have been treated exhaustively, but there is need in English of books which emphasize fundamental principles while presenting the material in a less elaborate manner."

En la primera parte del libro, después de una breve consideración filosófica sobre la naturaleza del concepto de espacio, se discute la selección del sistema de postulados para la Geometría. A continuación, partiendo de los términos no definidos "punto" y "recta", se construye el concepto de *plano*, y con él, la geometría proyectiva. Introduciendo en ésta el concepto de paralelismo, se obtiene la geometría afín en el plano. Caso particular de la Geometría afín resulta la geometría euclidiana, mediante la introducción de los conceptos de *longitud* y *congruencia*, pero sin mencionar *orden* ni *continuidad*. En el Capítulo V se da la fundamentación axiomática de la Geometría euclidiana; el sistema de postulados elegido es una combinación de los axiomas de Veblen con los axiomas de congruencia y continuidad de Hilbert. Siguiendo a Veblen, se toma *punto* como término no definido y *orden* como relación no definida; además se invierte un punto de vista anterior, exponiendo la geometría proyectiva como una generalización de la euclidiana, lo cual corresponde al desarrollo histórico.

La parte segunda se inicia con una discusión sintética sobre el número, indispensable para precisar el concepto de continuidad. En seguida se introducen los sistemas coordenados, partiendo de la relación entre un campo algebraico y la geometría; se llega así a la consideración de un "álgebra de puntos" en una recta. Se establecen los principios de la geometría analítica proyectiva, usando ventajosamente coordenadas homogéneas.

El penúltimo capítulo está dedicado a discutir los conceptos de orden y continuidad, terminando con el estudio de la consistencia y categoricidad de un sistema de axiomas; la consistencia de la geometría se hace descansar en la consistencia de la aritmética. El libro termina con un capítulo sobre correspondencias y elementos imaginarios en la Geometría. La obra comentada es recomendable sin reservas; la exposición me parece excelente.

J. B. S.

III

Intermediate course in differential equations, por Earl D. Rainville. John Wiley & Sons. 1943.

Con este libro el autor ha realizado satisfactoriamente su triple propósito de suministrar un puente entre las obras elementales y las superiores en la materia, de dar métodos para calcular soluciones de ecuaciones diferenciales, y de iniciar en algunos temas fundamentales de la teoría clásica.

En la primera parte de la obra se estudian las ecuaciones lineales de segundo orden y de Riccati, utilizando sistemáticamente conceptos tales como la forma normal, la ecuación adjunta y la derivada de Schwarz. La mayor parte del resto del libro se dedica al cálculo de soluciones en serie, principalmente en una vecindad de un punto singular regular, con aplicaciones a las ecuaciones del tipo Fuchsiano. En la parte final se tratan algunas ecuaciones clásicas como la de Bessel en sus diversas formas, la de Legendre y la Hipergeométrica de Pochhammer-Barnes; el último capítulo puede ser de interés para físicos e ingenieros, pues se consideran problemas que se presentan en el diseño de tubos, en el estudio de la deformación de placas circulares y otros análogos.

R. V.

IV

Highlights of Astronomy, por Walter Bartky, publicado por The University of Chicago Press, Chicago, Illinois. 1943.

"Highlights of Astronomy" de Walter Bartky, es un libro escrito con el propósito de que se utilice como texto de un primer curso de astronomía en las escuelas preparatorias. Los recursos matemáticos que utiliza el autor son completamente elementales; la trigonometría interviene tan sólo en una nota al pie de la página 67; la aritmética, el álgebra y la geometría que se enseñan en nuestras Escuelas Secundarias, son suficientes para poder entender todos los desarrollos matemáticos de esta obra. Es admirable cómo puede el autor hacer una exposición muy clara y muy completa de la medición del tiempo, restringiéndose a un instrumental matemático tan reducido. Bartky recurre a nomogramas para evitarle al lector la necesidad de resolver problemas matemáticos un poco complicados.

El que estudie con cuidado "Highlights of Astronomy" aprenderá a localizar en el cielo no solamente las constelaciones, sino también los planetas. Esto le da al libro un atractivo especial que no es frecuente en otros tratados elementales.

Esta obra es, además, una excelente introducción a la astrofísica contemporánea. Trata en forma elemental todos los problemas de actualidad en esta ciencia, sin escapársele el de la fuente de la energía estelar que sólo recientemente ha podido ser atacado con éxito.

C. G. F.

V

Basic Mathematics for Engineers, by Paul G. Andres, Hugh J. Miser, Haim Reingold, all at Illinois Institute of Technology. New York. John Wiley and Sons, Inc. 1944.

Esta obra contiene, en sus 714 páginas, una exposición panorámica, pero cuidadosa y con puntos de vista modernos, de temas del Aritmética y del Algebra elementales y de la Trigonometría plana; incluye, además, algunos capítulos dedicados a la Geometría Analítica plana y uno sobre Geometría Analítica del Espacio; trata muy brevemente los elementos del Cálculo Diferencial e Integral. El libro llena su objeto de servir directamente de preparación para cursos elementales de ingeniería. Son especialmente recomendables los numerosos ejercicios de aplicación, atinadamente seleccionados, así como las tablas numéricas de raíces cuadradas, logaritmos, funciones trigonométricas, etc., que aparecen al final de la publicación comentada.

J. B. S.

VI

Non-Euclidean Geometry, by H. S. M. Coxeter. Assistant Professor of Mathematics, University of Toronto. Mathematical Expositions, No. 2. The University of Toronto Press. Toronto, Canada, 1940.

El capítulo inicial del libro, está dedicado a la historia de la geometría no-euclidiana. El camino elegido por el autor para llegar a las geometrías no-euclidianas es el de la geometría proyectiva real. El autor expone la geometría proyectiva según el método de von Staudt, definiendo primero la relación entre polo y polar e introduciendo después el concepto de cónica. De este modo se estudian en el plano real las cónicas imaginarias cuya ecuación tiene coeficientes reales.

La introducción de coordenadas homogéneas en el capítulo IV, hace fácil y elegante la exposición de las geometrías elíptica e hiperbólica en los capítulos siguientes.

Es muy sugestivo el tratamiento detallado de los modelos euclidianos de las geometrías no-euclidianas. Se recomienda calurosamente al estudiante la lectura de esa parte del libro, de sabor Kleiniano, y que aclara completamente los "misterios" de estas geometrías, tan desconcertantes para el que las estudia por primera vez.

En suma, se trata de un libro excelente sobre un tema muy sugestivo.

A. B. C.

VII

Fourier Series, by G. H. Hardy and W. W. Rogosinski. Cambridge, at the University Press; New York, The MacMillan Company, 1944.

Este libro es el número 38 de la acreditada colección de monografías "Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics", y la intención de los autores ha sido presentar (en forma tan elemental como les fué posible hacerlo) un estudio sobre el interesantísimo tema de la convergencia y sumabilidad de las Series de Fourier. El libro está escrito con espíritu moderno y la exposición es concisa y clara, de modo que ha de ser grandemente útil, no sólo al matemático, sino a los estudiantes que posean una regular preparación en análisis y deseen iniciarse seriamente en el estudio de las series trigonométricas.

F. Z. R.

VIII

Introduction to Algebraic Theories, por A. Adrian Albert. The University of Chicago Press. Chicago, 1940.

El deseo del autor mencionado en el prefacio: escribir un texto que sirviera de lazo entre los que trataran de álgebra elemental (incluyendo las nociones de la teoría de los determinantes y la de ecuaciones) y los de álgebra moderna, es ampliamente logrado. En efecto, partiendo de conceptos algebraicos relativamente elementales (polinomios en una y varias variables, funciones racionales, formas, etc.), que allí son presentados de una manera intuitiva, logra el lector, al final de la obra, no sólo adquirir los conceptos más fundamentales del álgebra moderna (grupo, anillo, campo, espacio vectorial, etc.), sino también suficiente habilidad y costumbre en el razonar abstracto y el rigor típicos en esa disciplina, que lo capacitan para el estudio de obras superiores.

El capítulo I es una exposición de tópicos elementales sobre los polinomios; se tratan los algoritmos de la división y de Euclides y la divisibilidad, para el caso de una variable y también las formas lineales, cuyo estudio se aprovecha para esbozar el concepto de espacio vectorial (de dimensión finita). Cierra el capítulo la introducción del concepto de formas equivalentes bajo una transformación lineal.

Los capítulos II y III se dedican al estudio de las matrices y su conexión con las formas del segundo grado. Entre los más salientes temas allí figuran: equivalencia de matrices y formas bajo las transformaciones elementales (equivalencia que el autor llama racional); multiplicación y suma de matrices; ciertas matrices particulares (triangulares, diagonales, escalares, simétricas, etc.), y su uso en conexión con las formas bilineales y cuadráticas; congruencia de matrices y la definición de campo no-modular.

Los tres restantes capítulos del libro se ocupan con material propiamente moderno en el álgebra. En el IV se estudian los sistemas lineales de orden (dimensión) finito, cubriendo asuntos como: isomorfismo, dependencia lineal, sistemas de ecuaciones lineales, etc. El estudio de las matrices cuyos elementos son polinomios y de los polinomios cuyos coeficientes son matrices, se hace en el capítulo V, y finalmente, las definiciones de grupo, anillo, campo, dominio entero, ideal, así como algunas de las propiedades más sencillas de esos sistemas algebraicos se encuentran en el sexto y último capítulo.

Numerosos ejercicios se encuentran adecuadamente distribuídos en el texto.

E. V. F.

IX

Today's Geometry, por Reichgott and Spiller, de la New Haven High School, XVI + 400 páginas; edición revisada, Prentice Hall, New York, 1944. (Primera edición, 1938.)

Una agradable presentación profusamente ilustrada de la Geometría elemental, con trabajos prácticos de medición de áreas y volúmenes en los sólidos usuales, con algunas breves consideraciones trigonométricas aplicadas a la resolución de triángulos rectángulos, con un capítulo especial de problemas de aplicación a la industria y a la construcción.

Dedican especial atención los autores a la localización de puntos y objetos.

En cada grupo de temas escogen los autores una serie de postulados (14 en la introducción, 8 en los triángulos, 3 en los cuadriláteros, 1 en las áreas, 7 en la localización de puntos, y otros más), de los cuales obtienen las propiedades más usuales de la geometría en 37 teoremas.

Es una obra que puede interesar a la primera enseñanza de la geometría en nuestras escuelas secundarias, sobre todo por los problemas e ilustraciones que interesan al alumno y por su carácter de actualidad.

A. N. G.