BOLETIN

DE LA

SOCIEDAD MATEMATICA MEXICANA

VOLUMEN VIII NUMEROS 3 y 4

CONTENIDO

JULIO Y OCTUBRE, 1951

MEXICO

ALGUNOS TEOREMAS EN LA TEORIA DE LA CUANTIFICACION ELEMENTAL.

por Gonzalo Zubieta Russi. *

I. - SISTEMAS DE CUANTIFICACION ELEMENTAL.

Este trabajo contiene una serie de teoremas relativos a cálculos funcionales de primer orden. Varios de estos teoremas se encuentran en forma implícita en el interesante artículo de Leon Henkin. [1].

De una manera sistemática se hace uso de las nociones más familiares de la teoría de los conjuntos. Usaré los símbolos '+', '.', '$\subset$' y '$\in$' para las operaciones de unión e intersección y las relaciones de inclusión y pertenencia, respectivamente.

Un sistema logístico de cuantificación elemental, o cálculo funcional de primer orden, puede construirse con los símbolos lógicos

, ( ) /

* Congreso Científico Mexicano, septiembre de 1951.
Becario del Instituto Nacional de la Investigación Científica.

y los símbolos propios del sistema. Estos últimos se clasifican en --
<u>símbolos</u> <u>individuales</u> y <u>símbolos</u> <u>funcionales</u>.

<u>Símbolos</u> <u>individuales</u>. Están formados por las <u>variables</u> y -
las <u>constantes</u> individuales del sistema.

<u>Símbolos</u> <u>funcionales</u>. Para cada número natural n $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ el sistema contiene una clase (que puede ser vacía) de-
símbolos funcionales de <u>grado</u> n.

Como se acaba de indicar, no es necesario que haya símbolos funcionales de todos los grados; tampoco es necesario que haya cons--
tantes individuales en el sistema. Pero se exige que, en un sistema -
dado, tanto las variables individuales como los símbolos funcionales -
en su totalidad formen clases no vacías.

2. - FORMULAS.

Son <u>fórmulas</u> <u>elementales</u> de un cálculo funcional de primer --
orden, los símbolos funcionales de grado 0 del sistema y las expre
siones $\Gamma(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, en que Γ es cualquier símbolo funcional-
de grado n del sistema y $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ son símbolos individuales-
cualesquiera del sistema.

Las <u>fórmulas</u> de un sistema son las fórmulas elementales de -
dicho sistema y las expresiones que provienen de ellas al aplicar un --
número finito de veces los siguientes criterios de composición.

1. - Si f y g son fórmulas entonces (f/g) es una ---

fórmula.

2.- Si f es una fórmula y α una variable individual -- cualquiera, entonces $(\alpha)f$ es fórmula.

La fórmula (f/g) es la *no-conjunción* de las fórmulas ---- f y g y la designaremos brevemente con el símbolo 'fg'. Una - lectura conveniente para esta expresión es "no f ó no g".

La fórmula $(\alpha)f$ es la *cuantificación universal* de la fórmula f en la variable individual α y se lee "para toda α, f".

Una presencia dada de la variable individual α en la fórmula f está *ligada* en f, si está en una cuantificación en α que forme parte de f. Una presencia de símbolo individual es *libre* en-- una fórmula si no está ligada en ella. En particular, toda presencia - de constante individual es libre.

En adelante, X, Y, Z,... serán sistemas de cuantificación elemental, arbitrarios; α, β, γ, ... variables individuales cualesquiera; u, v, w,... constantes individuales; f, g, h,... - fórmulas; K, L, M,... clases arbitrarias de fórmulas de un sistema dado; $f\frac{\beta}{\alpha}$, la fórmula g que se obtiene al substituir por el símbolo individual β todas las presencias libres de α en f, - siempre que las presencias resultantes de β sean libres en g.

Una proposición es una fórmula en la que no figuran presencias libres de variables individuales.

Usaremos las letras 'p', 'q', 'r', ... para referirnos a proposiciones cualesquiera y 'P', 'Q', 'R', ... para referirnos exclusivamente a clases de proposiciones.

La negación $\bar{f}$, la implicación $f \rightarrow g$ y la cuantificación existencial $(E\alpha)f$ se definen de la manera siguiente:

$$\bar{f} \quad \text{Def.} \quad ff$$

$$f \rightarrow g \quad \text{Def.} \quad f\bar{g}$$

$$(E\alpha)f \quad \text{Def.} \quad \overline{(\alpha)\bar{f}}$$

3. - VALUACION DE UN SISTEMA.

Cuando hablamos de una extensión del sistema X nos referimos a un sistema Y cuyos símbolos se obtienen de los de X agregando nuevas constantes individuales. Si X contiene por lo menos una constante individual, se conviene en considerar a X entre sus propias extensiones. De manera que toda extensión de un sistema contiene al menos una constante individual.

Sea X un sistema que contiene al menos una constante individual. Una <u>valuación</u> del sistema X se obtiene asignando a cada proposición de X un valor de verdad (V ó F) conforme a las condiciones siguientes:

1. -Si p y q toman ambas el valor V entonces la no-conjunción pq toma el valor F, y recíprocamente.

2. - $(\alpha)f$ toma el valor V si, y sólo si, $f\frac{u}{\alpha}$ toma el valor V para toda constante u de X.

Se demuestra fácilmente que una valuación de X puede definirse asignando, en forma arbitraria, valores de verdad a las proposiciones elementales de X y extendiendo luego la asignación a las otras proposiciones de acuerdo con las condiciones 1 y 2 anteriores.

La clase de todas las proposiciones de X que toman el valor V en una valuación dada de X, recibirá el nombre de clase completa en X. (se trata de una adaptación del concepto de "clase de verdad" introducido por Quine [2] .).

Una clase completa en X puede también definirse como una clase P de proposiciones de X, tal que:

1.- Si $p, q \in P$ entonces $pq \notin P$, y recíprocamente.

2.- $(\alpha)f \in P$ si, y sólo si, $f\frac{u}{\alpha} \in P$ para toda constante u de X.

Se dice que una valuación de X verifica a una clase arbitraria P de proposiciones de X, si toda proposición de P toma el valor V en dicha valuación.

Sea P una clase de proposiciones de X. Decimos que P es verificable si existe una extensión Y de X y una valuación de Y que verifica a P. En otros términos, P es verificable si existe una extensión Y de X y una clase Q, completa en Y, tal que $P \subset Q$.

4. - CLASES CERRADAS. FORMALIZACION.

Las deducciones formales en un sistema se harán siguiendo- las reglas de inferencia R1 y R2.

R1. De f y $f \to g$ inferir g.

R2. De $f \to g$ inferir $f \to (\alpha)g$ cuando f no contenga presencias libres de α .

Sea K una clase de fórmulas del sistema X y f una fórmula cualquiera del mismo sistema. Decimos que f es <u>demostrable</u> a partir de K si existen fórmulas $f_1, f_2, \ldots, f_n, f$ de- las que algunas son extraídas directamente de K y las otras se deducen de una o dos anteriores mediante una de las reglas R1 y R2. La sucesión $f_1, f_2, \ldots, f_n, f$ constituye una <u>demostración</u> de f a partir de K.

Usaremos el símbolo 'K'' para hablar de la clase formada de todas las fórmulas demostrables a partir de K.

Una clase de fórmulas K es <u>cerrada</u> si con cada par de - fórmulas f y $f \to g$ contiene a g, y con cada fórmula $f \to g$ - contiene a $f \to (\alpha)g$, siempre que α no figure libremente en f.

Es fácil comprobar que la clase K', de las fórmulas demostrables a partir de K, está caracterizada por las propiedades si---- guientes:

D1. K' es cerrada y $K \subset K'$.

D2. Para toda clase de fórmulas L, si L es cerrada-y $K \subset L$ entonces $K' \subset L$.

Luego K' es la clase cerrada mínima que contiene a K.

Los teoremas de esta sección y de las siguientes serán numerados con cifras romanas.

I. Si K es cerrada entonces $K = K'$.

II. $K' = K''$.

III. Si $K \subset L$ entonces $K' \subset L'$.

IV. Si $K_0 \subset K_1 \subset K_2 \subset \ldots$ y $L = K_0 + K_1 + K_2 + \ldots$ entonces toda fórmula f de L' está en alguna K_i'.

Los teoremas I, II, III, son consecuencias inmediatas de D1 y D2.

Demostración de IV.- Sea M la clase de las fórmulas f tales que f está en alguna K_i'. M es cerrada y $L \subset M$, luego $L' \subset M$, que es la afirmación de IV.

Los axiomas del sistema X son las tautologías de X (fórmulas de X cuya validez se comprueba con las tablas de verdad) y las fórmulas de X de la forma $(\alpha) f \rightarrow f\frac{\beta}{\alpha}$ siendo β un símbolo individual, constante o variable.

ESQUEMAS DE TAUTOLOGIAS

(1) $f \rightarrow f$

(2) $f \rightarrow (g \rightarrow f)$

(3) $f \rightarrow (g \rightarrow h) \rightarrow_. (f \rightarrow g) \rightarrow (f \rightarrow h)$

(6) $f \rightarrow (\bar{f} \rightarrow g)$

(7) $(f \rightarrow \bar{f}) \rightarrow \bar{f}$

(8) $f \rightarrow \bar{\bar{f}}$

(4) $f \to (g \to h) \to . \overline{fg} \to h$ (9) $f \to . g \to \overline{fg}$

(5) $\overline{fg} \to h \to . f \to (g \to h)$ (10) $\overline{fg} \to f$; $fg \to g$

Sea U la clase de los axiomas de X y K una clase de fórmulas de X.

V. Si $f \in (K+U)'$ entonces $(\alpha)f \in (K+U)'$.

Demostración. - Por (2) y R1, $(p \to p) \to f \in (K+U)'$. Aplicando R2 y R1 con (1) obtenemos $(\alpha)f \in (K+U)'$.

Sea p una proposición de X.

VI. Si $f \in (K+U+p)'$ entonces $p \to f \in (K+U)'$.

Demostración. - Sea L la clase de las fórmulas f tales que $p \to f \in (K+U)'$. L es cerrada y $K+U+p \subset L$, luego $(K+U+p)' \subset L$.

En los teoremas VII y VIII siguientes, se supone que el sistema X contiene una infinidad de variables individuales; además el símbolo 'X' se usa también para designar la clase de las fórmulas de X.

VII. Si K es una clase de fórmulas de X, Y una extensión de X y W la clase de los axiomas de Y, entonces

$$(K+U)' = (K+W)' \cdot X .$$

Demostración. - La inclusión en un sentido es inmediata. Para demostrar que $(K+W)' \cdot X \subset (K+U)'$, consideremos una fórmula f de $(K+W)' \cdot X$ y una demostración $f_1, \dots, f_n, f$ a partir de $K+W$. Si cada una de las constantes que figuran en las fórmulas ----

$f_1, \ldots, f_n, f$ y que no pertenecen a X la substituimos por una variable que no figure en la demostración, de manera que constantes diferentes sean reemplazadas por variables diferentes, obtenemos una demostración de f a partir de $K+U$.

VIII. Si $f\frac{u}{\alpha} \in (K+U)'$ y u no figura en las fórmulas de $K+f$, entonces $f \in (K+U)'$

Demostración. - Sea $f_1, f_2, \ldots, f_n, f\frac{u}{\alpha}$ una demostración a partir de $K+U$ y β una variable que no figura en ella. Si substituimos por β cada presencia de u obtenemos una demostración de $f\frac{\beta}{\alpha}$ a partir de $K+U$ $\therefore$ $f\frac{\beta}{\alpha} \in (K+U)'$. Por V, $(\beta)f\frac{\beta}{\alpha} \in (K+U)'$, luego $f \in (K+U)'$.

5. - CLASES CONSISTENTES.

Una clase K de fórmulas de X se llama inconsistente en X si $(K+U)'$ contiene una formula f de X y su negación $\bar{f}$. Mediante la tautología (6), se demuestra que la inconsistencia de K en X equivale a la relación $(K+U)' = X$. Las clases que no son inconsistentes se llaman consistentes.

IX. Si $P \subset X$ y P es verificable entonces P es consistente en X.

Demostración. - Consideremos una extensión Y de X y una valuación de Y que verifique a P. Puede verse fácilmente que toda proposición de $(P+U)'$ toma el valor V en esta valuación. Luego $(P+U)'$ no contiene a las proposiciones de X que toman el valor $F: (P+U)' \neq X$,

X. Si $K \subset L$ y L es consistente en X, entonces --- K es consistente en X.

<u>Demostración</u>. - $(K+U)' \subset (L+U)'$ y puesto que esta última clase, por hipótesis no comprende a todas las fórmulas de X, se sigue la consistencia de K.

XI. Si $K_0 \subset K_1 \subset K_2 \subset \ldots$ son consistentes en X y -- $L = K_0 + K_1 + K_2 + \ldots$ entonces L es consistente en X.

Demostración. - En primer lugar $L+U = (K_0+U) +$ ---- $(K_1+U) + (K_2+U) + \ldots$. Si $(L+U)'$ contuviese una fórmula f -- y su negación $\bar{f}$, estas figurarían, en vista de III y IV, en alguna $(K_i + U)'$, contra la hipótesis de que K_i es consistente.

Los teoremas XII y XIII siguientes son válidos en el supuesto de que el sistema X contiene una infinidad de variables individuales.

XII. Si K es consistente en X, y Y es una extensión de X, entonces K es consistente en Y.

Demostración. - Si K fuera inconsistente en Y se tendría $(K+W)' = Y$ y, por VII, $(K+U)' = X$, contra la hipótesis.

XIII. Si P es consistente en X, $(E\alpha)f \in P$ y u no - figura en las proposiciones de P, entonces $P + f\frac{u}{\alpha}$ es consistente en X.

Demostración. - Si $P + f\frac{u}{\alpha}$ no es consistente en X, en--

tonces $(P+U+f\frac{u}{\alpha})'$ comprende a todas las fórmulas de X, en particular $\bar{f}\frac{u}{\alpha}\in(P+U+f\frac{u}{\alpha})'$. Por VI, $f\frac{u}{\alpha}\rightarrow\bar{f}\frac{u}{\alpha}\in(P+U)'$. Por (7) y R1, $\bar{f}\frac{u}{\alpha}\in(P+U)'$. Por VIII, $\bar{f}\in(P+U)'$ y, por V, $(\alpha)\bar{f}\in(P+U)'$. Finalmente, por (8) y la definición de $(E\alpha)f$, tenemos $\overline{(E\alpha)f}\in(P+U)'$, contrario a la hipótesis de que P es consistente en X.

6.- CLASES CONSISTENTES MAXIMAS.

Una clase P de proposiciones de X se llama <u>consistente máxima</u> en X si P es consistente en X y, para cualquier proposición q de X que no esté en P, P+q resulta inconsistente en X.

XIV. P es completa en X si, y sólo si, (1) P es consistente máxima en X y (2) P contiene, con cada proposición de la forma $(E\alpha)f$, una proposición de la forma $f\frac{u}{\alpha}$ siendo u una constante de X.

Demostración.- Si P es completa en X entonces P es consistente en X, por ser verificable, y es máxima, ya que si q no está en P su negación $\bar{q}$ está en P y de aquí que P+q sea inconsistente. Además se cumple la cláusula (2) de XIV. Por otra parte, si P' es consistente máxima y $q\in(P+U)'$ entonces $q\in P$, de aquí que P sea cerrada respecto a R1 y que contenga a los axiomas de X que sean proposiciones. Utilizando las-tautologías (9) y (10) se demuestra que P cumple con la condición 1. de la sección 3. También se demuestra que si $(\alpha)f \in P$ entonces toda $f\frac{u}{\alpha}$, con u en X, está en P. La recíproca de esta última afirmación se obtiene como consecuencia de la cláusula (2) de XIV.

En la demostración del siguiente teorema (XV) se supone que las fórmulas del sistema X se pueden numerar Para ello basta que la totalidad de símbolos de X sea numerable.

XV. Si P es consistente en X, existe Q, consistente-máxima en X, tal que $P \subset Q$.

<u>Demostración</u>.- Dada una numeración de las fórmulas de X, podemos construir Q de la manera siguiente. Sea p_1 la primera proposición que aparece en la lista; hacemos $Q_1 = P + p_1$ ó $Q_1 = P + \bar{p}_1$, según que $P + p_1$ sea consistente o no. De cualquier manera Q_1 resulta consistente. Análogamente, con Q_1 y la segunda proposición p_2 de la lista construímos $Q_2 = Q_1 + p_2$ ó $Q_1 + \bar{p}_2$ según que $Q_1 + p_2$ sea consistente o no. Prosiguiendo de esta manera, obtenemos una sucesión $P \subset Q_1 \subset Q_2 \subset \ldots$ de clases consistentes de proposiciones. Sea $Q = P + Q_1 + Q_2 + \ldots$. Q es consistente por XI. Además si una proposición p no figura en Q, su negación debe estar en Q y de aquí que $Q + p$ resulte inconsistente, con lo cual queda demostrado el carácter máximo de Q.

En la demostración de XVI supondremos que la totalidad de fórmulas de X es numerable y que X contiene una infinidad de variables individuales.

XVI. Si P es consistente en X entonces P es verificable.

Demostración. - Construiremos una extensión Y de X y una clase Q, completa en Y, tal que $P \subset Q$. El sistema Y se obtiene agregando a X nuevas constantes individuales u_{ij} $(i, j = 1, 2, 3, \ldots)$ que no figuren en X. Además llamamos X_0 al sistema X, X_1 al que se obtiene de X agregando las constantes u_{1j} $(j = 1, 2, \ldots)$; en general, X_i se obtiene de X_{i-1} agregando las constantes u_{ij} $(j = 1, 2, \ldots)$. Partiendo de una numeración de las fórmulas de Y, construimos según el procedimiento de XV una clase P_0 consistente máxima en X tal que $P \subset P_0$. A esta clase P_0, que también es consistente en X_1, le agregamos con la j-ésima proposición de la forma $(E\alpha)f$, la proposición $f\frac{u_{1j}}{\alpha}$. La clase resultante es consistente, en vista de XIII. A partir de ella obtenemos una clase P_1, consistente máxima en X_1. Prosiguiendo así obtenemos clases $P_0 \subset P_1 \subset P_2 \subset \ldots$ tales que P_i es consistente máxima en X_i y contiene, con cada fórmula de P_{i-1} de la forma $(E\alpha)f$, una fórmula de la forma $f\frac{u}{\alpha}$ siendo u una constante de Y. La clase $Q = P_0 + P_1 + \ldots$ es consistente máxima en Y y contiene, con cada proposición de la forma $(E\alpha)f$ una proposición de la forma $f\frac{u}{\alpha}$, siendo u constante de Y. Por XIV, Q es completa en Y.

Finalmente, enunciamos un teorema que comprende como caso particular al teorema de Gödel sobre la suficiencia del sistema de axiomas y reglas de inferencia para el cálculo funcional de primer orden.

XVII. Si q toma el valor V en toda valuación (de las extensiones de X) que verifique a P entonces $q \in (P+U)'$.

Demostración. - La clase $P+\bar{q}$ no es verificable y, por XVI, $P+\bar{q}$ es inconsistente, luego $q \in (P+\bar{q}+U)'$. $\bar{q} \rightarrow q \in (P+U)'$ y, finalmente, $q \in (P+U)'$.

Instituto De Matemáticas De La U. N. A. M.

BIBLIOGRAFIA

[1] Leon Henkin, The completeness of the first-order funcional calculus. The Journal of Symbolic Logic, Vol. 14, No. 3, sept. 1949.

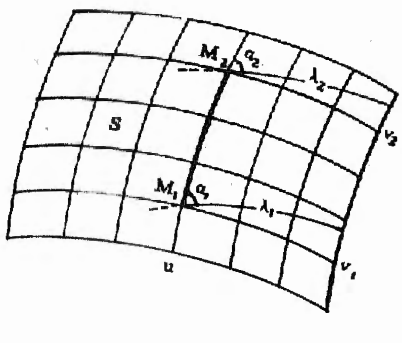
[2] W. V. Quine, Mathematical Logic, § 10. Cambridge, Harvard University Press, 1947.

ALGUNOS TEOREMAS RELACIONADOS CON LA VARIACION DE LA LONGITUD DE UNA CURVA VARIABLE QUE SE DESLIZA SOBRE UNA SUPERFICIE CURVA

Por Alfonso Nápoles Gándara

1. Se considera una curva variable que se desliza sobre una superficie curva y se obtiene una relación general que liga el cambio de la longitud de la curva con la curvatura geodésica de la misma.

Se supone, desde luego, que tanto la superficie como las curvas y las funciones que se consideran satisfacen las condiciones de regularidad usuales en la geometria diferencial clásica



Sea $C = M_1 M_2$ la curva variable contenida en la superficie (S), y sean λ_1 y λ_2 las trayectorias respectivas de los extremos M_1, M_2 de la misma curva.

Supóngase que los arcos M_1M_2 no se corten entre sí, por lo menos en la inmediata vecindad de la posición particular que se considere del arco variable M_1M_2.

Las posiciones sucesivas del arco M_1M_2 sobre la superficie (S) definen una familia de curvas. A éstas las tomo como curvas paramétricas u = constante, y a sus trayectorias ortogonales las tomo como curvas paramétricas v = constante.

Con estos parámetros (u, v) el elemento lineal en (S) y la curvatura geodésica de M_1M_2 quedan expresados respectivamente por

$$ds^2 = E(u, v)\, du^2 + G(u, v)\, dv^2$$

$$k_g = \frac{1}{\sqrt{EG}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}$$

2. RESULTADOS. Designando con (u, v_1) y (u, v_2) las coordenadas de M_1 y M_2 respectivamente, se tiene

<u>Teorema 1</u>. <u>Caso general.</u>

$$\frac{dC}{du} = \int_{\substack{v_1 \\ M_1M_2}}^{v_2} \frac{k_g}{|\nabla u|}\, ds + \left[\frac{\cot \alpha}{|\nabla u|}\right]_{v_1}^{v_2} \qquad (1.1)$$

En donde C es la longitud de la curva deslizante M_1M_2, y α_1, α_2 el ángulo de esta misma curva con las trayectorias λ_1 y λ_2 en los puntos M_1 y M_2 respectivamente. El último término expresa el incremento, de v_1 a v_2, de la función indicada.

Caso particular.

Si en la vecindad de una cierta posición particular de M_1M_2, las otras posiciones de la misma curva deslizante son paralelas geodésicas de M_1M_2, resulta $(E = 1 \quad |\nabla u| = 1)$

$$\frac{dC}{du} = \int_{M_1M_2} k_g \, ds + \Big[\cot \alpha\Big]_{v_1}^{v_2} \tag{1.2}$$

Teorema 2.

Si las curvas M_1M_2 son curvas cerradas lisas (M), esto es, sin puntos angulosos, se tiene

$$\frac{dC}{du} = \oint_{(M)} \frac{k_g}{|\nabla u|} \, ds \tag{2.1}$$

Caso particular.

Si las curvas M_1M_2 son curvas cerradas lisas (M), y si, además, en la vecindad de un cierto contorno M_0 las otras curvas M son paralelas geodésicas de M_0, entonces, para este contorno M_0 se tiene

$$\frac{dC}{du} = \oint_{(M_0)} k_g \, ds \tag{2.2}$$

3. JUSTIFICACION DEL TEOREMA 1. Que

$$v_1 = v_1(u) \quad y \quad v_2 = v_2(u)$$

sean las ecuaciones en (S) de las trayectorias λ_1 y λ_2 respectivamente, y que

$$\alpha_1(u,\, v_1) \quad y \quad \alpha_2(u,\, v_2)$$

sean los ángulos del arco M_1M_2 con las mismas trayectorias en los puntos M_1 y

M_2 respectivamente.

Para un deslizamiento elemental du del arco M_1M_2 sobre (S), se tiene:

$$\cot \alpha_1 = \frac{\sqrt{G(u,\, v_1)}}{\sqrt{E(u,\, v_1)}} \frac{dv_1}{du} \quad y \quad \cot \alpha_2 = \frac{\sqrt{G(u,\, v_2)}}{\sqrt{E(u,\, v_2)}} \frac{dv_2}{du}$$

Ahora bien, la longitud C del arco M_1M_2 es:

$$C = \int_{v_1(u)}^{v_2(u)} \sqrt{G}\, dv$$

$$\therefore \quad \frac{dC}{du} = \int_{(C)\, v_1(u)}^{v_2(u)} \frac{\partial\sqrt{G}}{\partial u}\, dv + \sqrt{G(u,\, v_2)}\, \frac{dv_2}{du} - \sqrt{G(u,\, v_1)}\, \frac{dv_1}{du}$$

y, teniendo en cuenta la expresión de la curvatura geodésica, resulta

$$\frac{dC}{du} = \int_{M_1M_2} \sqrt{E}\, k_g\, ds + \Big[\sqrt{E} \cot \alpha\Big]_{v_1}^{v_2}$$

o sea

$$\frac{dC}{du} = \int_{M_1M_2} \frac{k_g\, ds}{|\nabla u|} + \left[\frac{\cot \alpha}{|\nabla u|}\right]_{v_1}^{v_2}$$

Queda pues justificado el teorema general.

El teorema 2 se justifica fácilmente aplicando 1.1 y teniendo en cuenta que $v_2 = v_1$.

Instituto de Matemáticas de la U.N.A.
Congreso Científico Mexicano, septiembre de 1951.

NOTICIAS VARIAS

I

Del 24 al 30 de septiembre del presente año se celebró en la ciudad de México el CONGRESO CIENTIFICO MEXICANO como uno de los actos conmemorativos del IV Centenario de la fundación de la Universidad Nacional Autónoma de México.

El Congreso se organizó en 5 Divisiones, cada División en Ramas y éstas a su vez en Secciones.

En la División de ciencias Físicas y Matemáticas de este Congreso figuraron como Presidente el Dr. Manuel Sandoval Vallarta, como Vicepresidentes el Dr. Nabor Carrillo Flores y el Q. T. Rafael Illescas, como Relator el Dr. Alberto Barajas Celis y como Director de la Rama de Matemáticas el Dr. Alfonso Nápoles Gándara.

La Rama de Matemáticas se dividió en 8 Secciones que fueron organizadas y presididas respectivamente como sigue:

El Mat. Gonzalo Zubieta Russi la de Lógica y Fundamentos; el Dr. Félix Recillas Juárez la de Algebra y Teoría de los Números; el Dr. Guillermo Torres Díaz la de Análisis; el Dr. Alberto Barajas Celis la de Geometría; el Dr. Roberto Vázquez García la de Topología, interinamente presidida por el Prof. Rodolfo Morales Martínez, por enfermedad del Dr. Vázquez; el Ing. Mariano Hernández Barrenechea la de Probabilidad y Estadística; el Mat. Enrique Valle Flores la de Matemáticas Aplicadas, y el M. en C. Francisco Zubieta la de Educación e Historia.

Asistieron al Congreso como invitados de honor de la Comisión Organizadora los prestigiados matemáticos extranjeros Prof. Garrett Birkhoff de la Universidad de Harvard, Prof. Solomon Lefschetz de la Universidad de Princeton, y Prof. Norbert Wiener del Instituto de Tecnología de Massachusetts, quienes presentaron sendos trabajos al Congreso en las Secciones de Matemáticas Aplicadas y Análisis respectivamente. El Dr. Dirk J. Struik del mismo Instituto, también invitado de honor, no pudo asistir pero envió un trabajo para la Sección de Geometría.

Interesados por este suceso científico enviaron trabajos, sin asistir al Congreso, los profesores Busemann de la Universidad de Southern California, Chern y Stone de la Universidad de Chicago, Church de la Universidad de Princeton, Quine de la Universidad de Harvard y Feys de la de Lovaina. Con excepción de los tres últimos, todos los demás han residido en México por algunos meses como investigadores visitantes de la U.N.A.

El Dr. Lefschetz dictó una conferencia con el título "Las grandes corrientes matemáticas del siglo XX".

La aportación de los investigadores del Instituto de Matemáticas en el Congreso Científico Mexicano fué la siguiente:

José Adem Chahín: "Una nueva técnica en la topología".

Alberto Barajas Celis: "Una representación geométrica del espacio de Minkowski".

Alfonso Nápoles Gándara: "Las investigaciones en geometría realizadas en el Instituto de Matemáticas", "Nota sobre la conjetura de Birkhoff relativa a los círculos geodésicos", "Algunas propiedades relativas a una curva que se desliza sobre una superficie curva", "Sobre los métodos de enseñanza de las matemáticas en nuestras escuelas secundarias y preparatorias", y "La enseñanza y la investigación matemática en los últimos cuarenta años".

Félix Recillas Juárez: "Las investigaciones sobre álgebra moderna en el Instituto de Matemáticas", y "Sobre la obstrucción a las deformaciones de funciones de espacios en esferas".

Guillermo Torres Díaz: "Las investigaciones sobre topología realizadas en el Instituto de Matemáticas", "Determinación del dominio de una invariante para cadenas", y "Sobre la teoría de los nudos".

Enrique Valle Flores: "Una propiedas de la métrica de Busemann para los subespacios cerrados en un espacio métrico arbitrario", y "Las investigaciones sobre la teoría del área realizadas en el Instituto de Matemáticas".

Roberto Vázquez García: "Sobre el concepto general de grupo de cohomotopía", "Estructura de los grupos de cohomotopía, respecto a la retracción", y "Estructura de los grupos de cohomotopía, respecto a la continuidad; grupos de cohomotopía de esferas".

Gonzalo Zubieta Russi: "Las investigaciones sobre lógica realizadas en el Instituto de Matemáticas", "Algunos teoremas en la teoría de la cuantificación elemental", y "Nuevas ideas sobre la enseñanza del cálculo integral en las escuelas profesionales".

Francisco Zubieta Russi: "Una definición del orden natural de los números", "Las investigaciones sobre continuos lineales homogéneos realizadas en el Instituto de Matemáticas", y "Las investigaciones sobre matemáticas aplicadas realizadas en el Instituto de Matemáticas".

II

En el verano de 1951 estuvieron en el Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacional distinguidos matemáticos visitantes: los doctores Ralph Fox y Solomon Lefschetz de Princeton, como intercambio con el Departamento de Estado de los Estados Unidos de Norte América, quienes dirigieron seminarios en su especialidad y los doctores Maxwell Rosenlicht de Chicago y David Gale de Brown University, quienes sustentaron varias conferencias e intervinieron en seminarios del mismo Instituto.

El Prof. Irving Segal de Chicago estuvo de paso en México en marzo de 1951, visitó y dictó una conferencia en el mismo Instituto.

III

El Prof. José Adem continuó en Princeton comisionado por el Instituto de Matemáticas de la U.N.A. para estudios superiores en esa Universidad. El Prof. Juan Morcos salió en octubre de 1951 a Princeton, comisionado para hacer estudios superiores en la misma Universidad. El Dr. Félix Recillas salió en noviembre rumbo a Francia para hacer estudios superiores de matemáticas en la Sorbona.

IV

El 30 de junio de 1951, en el Salón de Actos de la Escuela Nacional de Ingeniería, tomó posesión la nueva Junta Directiva de la Sociedad Matemática Mexicana para el bienio 1951-1953. El acto consistió en el informe del Presidente de la Sociedad Dr. Alfonso Nápoles Gándara, en una alocución del Dr. Manuel Sandoval Vallarta del Comité Consultivo de la misma Sociedad, y varios números musicales a cargo del Cuarteto Clásico de la Universidad Nacional Autónoma.

V

La Sociedad Matemática Mexicana va a celebrar su VII Asamblea Regional en la ciudad de Hermosillo, Son., en febrero de 1952.